1.- ¿Son ciertas las siguientes igualdades?

a) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ b) $(A-B)^2 = A^2 - B^2$

2.- ¿Son iguales las matrices A=$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$?

Halla, si es posible, las matrices $A \cdot B$, $B \cdot A$, $A+B$, $A^t - B$, $B^t + A$.

3. - ¿Qué características deberían cumplir A y B para que exista A·B?, ¿y para que exista A·B y B·A?

4.- Sea A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$, ¿Existe X tal que A·X=A?

5. - Halla la inversa, si es posible, de las siguientes matrices:

a) $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

5.- Dada A=$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible:

a) Una matriz X tal que $X - A = B - A^2$. b) Y, tal que, $Y \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.
c) Una matriz Z tal que $A \cdot Z = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

6.- Dada la matriz $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & x-2 \\ 4 & 3 & 2 \\ x & x & -6 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Calcular, en función de x, el determinante de la matriz $A(x)$.
b) Determinar el valor de x para el que el determinante de la inversa de $A(x)$ vale 1/66.

7.- Determina a para que A=$\begin{pmatrix} a & a \\ 0 & a \end{pmatrix}$, verifique que $A^2 - 2 \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

8.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 18 & 48 & 12 \\ 0 & 18 & 12 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Justificar que la matriz A tiene inversa y posteriormente calcularla.
b) Calcular, razonadamente, el determinante de $3A^{-1}$.
c) Obtener los valores reales x, y, z que verifican la ecuación $xI_3 + yA + zA^2 = B$.

9.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & -(m+1) \end{pmatrix}$, ¿para qué valores de m, A es inversible? Calcula dicha inversa.

10.- Resuelve la ecuación matricial: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

11.- Calcula x e y para que se cumpla la siguiente ecuación matricial:
$X^2 + 2 \cdot X + I_2 = A^t$, donde, X=$\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y A=$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$.

12.- Resuelve $2 \cdot X - A \cdot B^t = A^2$, donde A=$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

13.- Resuelve la ecuación: $C \cdot (A + X) \cdot B^t = I$,donde $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

14.- Calcula la matriz B que cumpla A·B = B·A, donde A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

15.- Resuelve las siguiente ecuaciones, con A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) $A \cdot B^t - 5 \cdot I_3 + B \cdot X \cdot A = 0$ b) $(A^t - 3B) \cdot B + A \cdot X = B$ c) $2 \cdot X + (A - B)^2 = B^t$

16.- Resuelve la ecuación: A+X = A·X, siendo A=$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

17.- ¿Son inversas las matrices $(A - I_4)$ y $\frac{1}{2}(A - 2 \cdot I_4)$, siendo A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

18.- Resuelve: a) $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 2x & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z \\ z \\ 2z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \\ -1 & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

9.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 17 & 29 \\ -10 & -17 \end{pmatrix}$, se pide calcular las matrices A^2 y A^3.
Finalmente, halla los números reales α y β para los que se verifica $(I+A)^2=\alpha I+\beta A$.

20.- Resuelve la ecuación matricial: $X\cdot A\cdot X^{-1}=B$, siendo $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ ´4 & -1 \end{pmatrix}$

21.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, halla m y n para que se cumpla: $A^2=mA+nI$.
¿Podrías calcular la inversa de A utilizando únicamente la expresión anterior?

22.- Calcula x, y, z para que $2I-A$ sea inversa de A, con A=$\begin{pmatrix} 2 & x \\ y & z \end{pmatrix}$.

23.- Halla las matrices X e Y que cumplan:

a) $\begin{cases} 2X+Y=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ X-2Y=\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2\cdot X+Y=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ x-3Y=\begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$ c) $\begin{cases} X+Y^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \\ X-Y^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^t \end{cases}$

*Con las matrices del apartado a) calcula la matriz $(2X+Y)X-(2X+Y)(2Y)$.

24.- Calcular los valores $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$, que satisfacen: $\begin{cases} 2AX-3AY=B \\ AX-AY=C \end{cases}$,
con: $X=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -18 & 0 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -17 & -30 \\ 10 & 18 \end{pmatrix}$.

25.- Sea A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ c & d \end{pmatrix}$. Calcula a, b, c y d para que se cumpla:
a) $A^2=A$ b) $B^2=B$ c) Ahora calcula A^{50} y B^{70}.

26.- Calcula A^2, A^3, A^{30}, A^n de: a) A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) A=$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) A=$\begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix}$

27.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular la suma $A+A^2+A^3+..........+A^n$.

28.- Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&0&1\\x&1&0\\y&0&0\end{pmatrix}$,

determina x e y para que se cumpla $A\cdot B=B\cdot A$. A continuación calcula A^{2000} y A^{2001}.

29.- Comprueba que $A^2=2\cdot A-I$, con A=$\begin{pmatrix}5&-4&2\\2&-1&1\\-4&4&-1\end{pmatrix}$. Calcula A^4 usando el resultado anterior.

30.- Calcula el rango de: a) $\begin{pmatrix}-1&2&3&4&5\\1&2&1&3&2\\0&4&4&7&7\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}x^2-x&6\\x&1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}1&1&t\\t&0&-1\\-6&-1&0\end{pmatrix}$

31.- Dada A una matriz de 3x3 tal que $A^2=\begin{pmatrix}2&1&0\\-1&0&-1\\-1&-1&2\end{pmatrix}$ y $A^3=\begin{pmatrix}1&0&2\\-2&-1&0\\2&2&-3\end{pmatrix}$.

a) Calcula la matriz fila $X=(x,y,z)$ que es solución de la ecuación matricial $XA^3=BA^2$, donde B es la matriz fila $B=(1,2,3)$.
b) Calcula la matriz inversa de A.

32.- Resuelve la siguiente ecuación matricial: A·X=B, donde :

a) A=$\begin{pmatrix}1&-1&1\\2&1&-2\\4&-1&0\end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix}1\\7\\9\end{pmatrix}$ b) A=$\begin{pmatrix}2&4&1\\-1&2&1\\-1&10&4\end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix}3\\4\\-3\end{pmatrix}$.

33.- Calcula el rango de las siguientes matrices en función del valor de x.
¿Para que valores de x las matrices son regulares?
***Matrices regulares**: que tienen inversa. **Matrices singulares**: que no tienen inversa.

A=$\begin{pmatrix}1&x&1&4\\1&3&1&5\\x&1&-1&4\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&x&3\\4&1&-x\end{pmatrix}$, C=$\begin{pmatrix}1&1&0\\0&x&1\\1&x+1&x\end{pmatrix}$, D=$\begin{pmatrix}x&1&2\\0&x+1&3\\-x&-1&x-4\end{pmatrix}$

E=$\begin{pmatrix}|x|&1\\|x-2|&2\end{pmatrix}$, F=$\begin{pmatrix}senx&-\cos x&0\\\cos x&senx&0\\senx+\cos x&senx-\cos x&1\end{pmatrix}$, G=$\begin{pmatrix}x&x-1&x(x-1)\\x&1&x\\x&1&x-1\end{pmatrix}$

34.- Sea A una matriz cuadrada tal que $A^2=A+I$, donde I es la matriz unidad. Demuestra que la matriz A es invertible.

35.- Sean A y B matrices de tamaño 3x3 con $|A| = 3$ y $|B| = -2$. Calcula:
$Rango(A)$, $|A^2|$, $|-A|$, $|B \cdot A^t|$, $|B^{-1}|$, $|M \cdot AM^{-1}|$, $|5B^t|$, $|2 \cdot A^{-1}|$, $|2 \cdot A^6 \cdot B^8|$, $|Adj(A)|$.

36.- Resuelve la siguiente ecuación: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ x-1 & 0 & x+3 \\ 1 & x-2 & 4 \end{vmatrix} = 1 - 7x$

37.- Si $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$, halla $\begin{vmatrix} a & c & b \\ d & f & e \\ g & i & h \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 3a & 3c & 3b \\ 2d & 2f & 2e \\ g & i & h \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a & d & g \\ c & f & i \\ b & e & h \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a & d & g \\ c & f & i \\ a+c & d+f & g+i \end{vmatrix}$

38.- Halla los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5a & 5b & 5c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & x & 1 \\ -1 & -1 & x \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} yz & x & 3/x \\ xz & y & 3/y \\ xy & z & 3/z \end{vmatrix}$ g) $\begin{vmatrix} abc & -ab & a^2 \\ -b^2c & 2b^2 & -ab \\ b^2c^2 & -b^2c & 3abc \end{vmatrix}$ h) $\begin{vmatrix} x^2 & xy & y^2 \\ 2x & x+y & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ i) $\begin{vmatrix} 1 & a & a & a^2 \\ a & 1 & a^2 & a \\ a & a^2 & 1 & a \\ a^2 & a & a & 1 \end{vmatrix}$

39.- Sean (F_1, F_2, F_3) las filas de una matriz M de orden 3, con det(M)=-2. Calcula el valor del determinante de la matriz que tiene por filas $(F_1 - F_2, F_2, F_3 + F_2)$.

40.- Sea A una matriz de orden 3 de la que sabemos que det(A)=5. Sea B la matriz que resulta de multiplicar A por sí misma, después se intercambian sus filas segunda y tercera y finalmente se multiplican todos los elementos de la matriz por -2. Calcula el valor del determinante de B utilizando las propiedades de los determinantes.

41.- Sean las matrices A=$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, X=$\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$ e Y=$\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

a) Determine la inversa de A.
b) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple A·X=Y.

42.- Dadas la matrices $B(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 6 \\ 2x+3 & 3 & 6 \\ 4x+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ y $C(x) = \begin{pmatrix} 3x+5 & 7 & 12 \\ 2x+3 & 3 & 6 \\ 3x+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$,

a) Calcular el determinante de la matriz $3 \cdot B(x)$ y obtener el valor de x para el que dicho determinante vale 162.
b) Demostrar que la matriz $C(x)$ es **singular** para cualquier valor de x.

43.- Despeja la matriz X en la ecuación: $2I\cdot X - AX = C - BX$, sabiendo que

A=$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y C=$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

44.- Dada las matrices A=$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & a & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 4a & a^2 & 0 \\ 1-a & 0 & 1 \end{pmatrix}$, con a un parámetro real no nulo, compruebe que $A^{-1}\cdot B = A$.

45.- Dada la matriz A=$\begin{pmatrix} m & -1 & 4 \\ 3 & m & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ donde m$\in \Re$.

a) Determina para qué valores de m la matriz A es **regular** (inversible).
b) Para m=1, resuelve el sistema de ecuaciones $A\cdot X = B$. Finalmente calcula $A^{-1}\cdot B$ sin calcular la inversa de A.

46.- Halla las matrices X e Y que cumplen $\begin{cases} A\cdot X + B\cdot Y = C \\ A\cdot X = Y \end{cases}$, siendo:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ $y\ C = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

47.- Halla el rango de A=$\begin{pmatrix} 1 & k & k^2 \\ 1 & k & k \\ 1 & k^2 & k^2 \end{pmatrix}$ en función de k. Resuelve $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ para k=-1

48.- Halla, sin hacer cálculos, dos soluciones de la siguiente ecuación $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 3 & 3 & x & 3 \\ 3 & 3 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$.

49.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula a, b y c para que $A\cdot B = B\cdot A$.

Finalmente calcula B^{20} para a=b=c=d=1.

50.- Halla el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ x & y & z \\ y+z & x+z & x+y \end{pmatrix}$ según los valores de x, y, z.

51.-Calcula a, b, c, d de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ sabiendo que cumple $A^2 = I_2$ y $\det(A) = 1$