1.- Considera los puntos A(0,3,-1), B(0,1,5), C(x,4,3) y D(3,4,3).
a) Calcula los valores de x sabiendo que el triángulo ABC tiene ángulo recto en C.
b) Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos B y D y es paralelo a la recta definida por las ecuaciones: $\begin{cases} x-y+z=0 \\ 2x+y=3 \end{cases}$.

2.- Considera los planos $\pi_1: x+2y+z=1$, $\pi_2: px+y+pz=1$, $\pi_3: px+y+2z=1$, donde p es un parámetro real.
a)¿Para qué valores de p los tres planos se cortan en un único punto? Hállalo para p=1.
b) ¿Hay algún valor de p que haga que la intersección común sea una recta? Si es así, escribe la ecuación vectorial de esa recta.
c) Describe la posición relativa de los tres planos cuando p=1/2.

3.- Dadas las rectas $r: \frac{x-1}{2}=\frac{2y-1}{-6}=\frac{2z-3}{6}$ y $s: \frac{x-3}{-2}=\frac{2y+3}{2}=\frac{z-1}{4}$:
a) Halla P, el punto de corte de ambas rectas.
b) Un vector direccional de r y otro de s, y el ángulo que forman la dos rectas en P.
c) Halla la ecuación del plano que es perpendicular a r y contiene a P.

4.- Dadas las rectas $r: \frac{x-1}{2}=y=\frac{z+1}{3}$ y $s: \begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-y+z=2 \end{cases}$, se pide:
a) Estudia la posición relativa de r y s.
b) Calcula la ecuación del plano π, que pasa por el origen y paralelo a r y s.
c) Halla la ecuación de la recta que pasa por (1,1,1) y es perpendicular a π.

5.- Dados los puntos A(1,-2,-3), la recta $r: \begin{cases} x+y+1=0 \\ z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: x-2y-3z=-1$:
a) Halla la ecuación del plano que pasa por A, paralelo a r y perpendicular a π.
b) Halla la ecuación de la recta que para por A, corta a r y es paralelo a π.
c) Halla la ecuación de los planos perpendiculares a π y pasan por A.

6.- Encuentra la ecuación continua de la recta que pasa por el punto P(1,1,0) y corta a las rectas $r: x=-3-\lambda,\ y=2,\ z=5+2\lambda$ y $s: \begin{cases} x+y+z-2=0 \\ 3x+y-z+8=0 \end{cases}$.

7.- Sean los puntos de coordenadas P(a,b,0) y Q(1,2,3). Halla, si es posible, los valores de a y b para los cuales la recta que pasa por P y Q contenga el punto R(0,0,1).

8.- Dados los puntos O(0,0,0) y A(0,0,12) y la recta $r: x=y=4$, se pide la ecuación del plano que pasa por A y por un punto Q de r y además, es perpendicular a la recta que pasa por O y Q.

9.- Dados los planos $\pi: 5x-y-z=0$ y $\delta: x+y-z=0$ y el punto P(9,4,-1):
a) Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a $\pi\ y\ \delta$.
b) Calcula el punto simétrico de P respecto a la recta r, intersección de los planos $\pi\ y\ \delta$.

10.- Dadas las rectas $r: \begin{cases} 2x-2y-z=9 \\ 4x-y+z=42 \end{cases}$ y $s: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-8} = \dfrac{z+4}{2}$, se pide:

a) Justificar que las rectas r y s se cruzan.

b) Hallar la ecuación de la recta t, perpendicular común a r y s, y calcular el punto P de intersección de las rectas s y t.

11.- Dadas las rectas $r: (x,y,z) = (1+t, 2, 1)$ y $s: (x,y,z) = (2+t, 2+t, 2+t)$, se pide:

a) Justifica que r y s se cruzan.

b) Calcula la ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular a r y s.

c) Halla la ecuación de la recta que corta a r y s y es paralela a $t: \{x=1,\ y=\lambda,\ z=2\lambda$

12.- Sea π_1 el plano que pasa por (0,2,1), (3,-1,1), (1,-1,5) y $\pi_2: y+z=2$. Se pide:

a) La ecuación paramétrica de la recta r intersección de los planos π_1 y π_2.

b) El ángulo que forman los planos π_1 y π_2.

c) La ecuación del plano que contiene a la recta r y forma un ángulo de 90º con π_1.

13.- Halla la ecuación del plano que pasa por el punto P(-2,4,-3) y es perpendicular a la recta $r: (x,y,z) = (1+t, 2-2t, t)$. Posteriormente, calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r y la distancia de P a r.

14.- Consideremos los planos $\pi: x+y-6=0$ y $\delta: 2x+4y+\lambda z=-2$, se pide:

a) Determinar la ecuación paramétrica de la recta intersección de π y δ cuando λ=4.

b) ¿Existe algún valor de λ para el que los planos π y δ son paralelos?

c) Calcular razonadamente λ para que los planos π y δ formen un ángulo de 45º.

15.- Dos de los lados de un cuadrado están sobre las rectas $r: \begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} y=2 \\ z=0 \end{cases}$.

Halla el área de dicho cuadrado. Si un vértice es el punto (2,0,0), halla el resto de vértices (El cuadrado resultante no es único).

16.- Considera los puntos A(1,1,1), B(2,0,-1), C(5,2,1) y D(4,3,3).

a) Justifica que los puntos son vértices de un paralelogramo y halla su área. ¿Es un rectángulo dicho paralelogramo?.

b) Determina una ecuación general del plano que contiene los cuatro puntos.

17.- Consideramos las rectas $r_1: \begin{cases} x+y=5 \\ y+z=2 \end{cases}$, $r_2: (x,y,z) = (\lambda, 1, 5-\lambda)$, $r_3: \begin{cases} x-y=1 \\ y-z=3 \end{cases}$:

a) Demuestra que r_1 y r_2 se cortan en un punto y calcula el plano π que las contiene.

b) Determina la posición relativa de π y r_3. Halla el ángulo que forman π y r_3.

c) Halla la ecuación paramétrica de la recta que pasa por el punto de intersección de r_1 y r_2, y es paralela a r_3.

d) Halla la ecuación de la recta que pasa por (9,0,7) y corta a r_1 y r_3.