1.- Dado el punto P(3,-1,4) y la recta $r:\begin{cases} x=-2+3\lambda \\ y=-2\lambda \\ z=1+4\lambda \end{cases}$, se pide:

a) Hallar la distancia del punto P a la recta r.
b) Justificar que la recta s que pasa por P y con vector director (1,-1,1) no corta a r.
c) Calcular la distancia entre las rectas r y s.

2.- Considera la recta $r: \dfrac{x-1}{-4}=\dfrac{y-2}{3}=z-3$ y el plano $\pi: 3x+4y-6=0$.
a) Comprueba que r y π son paralelos y calcula la distancia entre ambos.
b) Determina dos rectas distintas que estén contenidas en π y sean paralelas a r.

3.- Halla el punto de la recta $r: x=y-2=\dfrac{z-3}{2}$ que equidiste de A(1,0,1) y B(0,4,2).

4.- Dados los planos $\pi_1: x+y+z=3$ y $\pi_2: x+y-\alpha z=0$, se pide:
a) El valor de α para que los planos sean perpendiculares, y para este valor de α, obtener las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de esos dos planos.
b) El valor de α para que los planos sean paralelos, y en este casos hallar su distancia.
c) El plano π_1 corta a los ejes coordenados en los puntos A, B y C. Halla el área del triángulo ABC. Halla el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y (0,0,0).

5.- Halla los puntos de la recta $\{x=1,\ \ z=y$, que forman con A(1,2,1) y B(2,2,2) un triángulo de área $\sqrt{2}/2\ u^2$.

6.- Halla el punto simétrico de P(1,-3,7) respecto a la recta $r: x-1=y+3=\dfrac{z-4}{3}$.

7.- Considera los planos de ecuaciones $x-y+z=0$ y $x+y-z=2$.
a) Determina la recta que pasa por el punto A(1,2,3) y no corta a ninguno de los planos dados.
b) Determina los puntos que equidistan de A(1,2,3) y B(2,1,0) y pertenecen a la recta intersección de los planos dados.

8.- Halla dos puntos de la recta $r: x-1=y+2=z$ que equidistan de los planos $\pi_1: 4x-3z-1=0$ y $\pi_2: 3x+4y=1$.

9.- Sean A, B y C los puntos de intersección del plano $x+4y-2z-4=0$ con los tres ejes coordenados OX, OY, OZ respectivamente. Se pide calcular razonadamente:
a) El área y el perímetro del triángulo ABC.
b) Los tres ángulos interiores del triángulo ABC.

10.- Halla el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de P(1,-1,0), Q(-1,3,2) y R(3,1,-2).

11.- Sean los puntos $A(\lambda,2,\lambda),\ B(2,-\lambda,0)\ y\ C(\lambda,0,\lambda+2)$.
a) ¿Existe algún valor de λ para el que los puntos A, B y C están alineados?
b) Comprobar que si A, B y C no están alineados, forman un triángulo isósceles.
c) Calcular la ecuación del plano que contiene al triángulo ABC para λ =0 y hallar la distancia de este plano al origen de coordenadas.

12.- Se dan los puntos A(2,1,1) y B(1,0,-1), y la recta $r:\ x-5=y=\dfrac{z+2}{-2}$, se pide:
a) El punto C de r que equidista de A y B.
b) El área del triángulo ABC y uno de sus ángulos interiores.

13.- Dado el plano $\pi: y+z-12m=0$ (m parámetro real) y las rectas $u:\begin{cases} x=1 \\ y=z \end{cases}$ $v:\begin{cases} x=2 \\ y=2z \end{cases}$ y $w:\begin{cases} x=3 \\ y=3z \end{cases}$. Sean A, B y C los puntos de intersección de π con u, v y w.
a) Calcula las coordenadas de A, B y C en función de m.
b) Halla los valores de m para los que el área del triángulo ABC es 1 u.a.

14.- Dados el punto A(1,-2,-3), la recta $r:\begin{cases} x+y+1=0 \\ z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: x-2y-3z=-1$:
a) Halla la ecuación del plano que pasa por A, paralelo a r y perpendicular a π.
b) Halla la ecuación de la recta que para por A, corta a r y es paralelo a π.
c) Halla la ecuación de los planos perpendiculares a π y pasan por A (Haz de planos)

15.-Dado el punto P(3,2,3) y la recta $r:\begin{cases} x+y-1=0 \\ z=2 \end{cases}$, se pide determinar:
a) La distancia d del punto P a la recta r.
b) Los puntos M y N de la recta r que cumplan que su distancia al punto P es $\frac{5}{3}d$.
c) El área del triángulo de vértices P, M y N.

16.- Sea el plano $\pi: x+y-2z-5=0$ y la recta $r: x=y=z$. Se pide:
a) Calcular la distancia de la recta al plano.
b) Hallar un plano que contenga a r y sea perpendicular a π.
c) Hallar el punto simétrico de P(-1,3,3) respecto a π.
d) Calcula la ecuación de los planos que disten 5 unidades de π.

17.- Un helicóptero situado en P(1,2,1) quiere aterrizar en el plano $\pi: x+y+3z=0$.
a) Halla la ecuación de la recta de la trayectoria que le lleve al punto más cercano de π.
b) Calcule dicho punto y la distancia que deberá recorrer.

18.- Dados el plano $\pi:\ 2x+y+3z=1$ y el punto $Q(2,1,3)$, se pide:
a) La recta perpendicular al plano que pasa por Q y la distancia del punto Q al plano π.
b) El área del triángulo de vértices P_1, P_2, P_3, puntos de intersección de π con los ejes.
c) El volumen del tetraedro de vértices P_1, P_2, P_3, Q.

19.- Dados los puntos A(1,-2,3) y B(0,2,1), se pide:
a) La ecuación implícita de la recta que pasa por ambos puntos.
b) El punto medio del segmento de extremos A y B.
c) La ecuación del plano π que está a igual distancia de A y de B.
d) La distancia del origen a la recta r, intersección del plano $2y = z$ y el plano anterior π

20.- Dado el plano π que contiene a los puntos (11,1,2) , (5,7,5) y (7,-1-2) y la recta $r: \begin{cases} x + y + z = 15 \\ 2x - 7y + 2z = 3 \end{cases}$:
a) Calcula el punto P intersección de r y π, y el ángulo que determinan r y π.
b) Calcular los puntos M y N de la recta r cuya distancia al plano es igual a 3 unidades.

21.- Dados los puntos $\begin{Bmatrix} A(4,-4,9), & B(2,0,5), & C(4,2,6) \\ L(1,1,4), & M(0,2,3), & N(3,0,5) \end{Bmatrix}$, se pide:
a) Calcular la distancia del punto C al punto medio del segmento de extremos A y B y el área del triángulo ABC.
b) La ecuación del plano π_1 que pasa por A, B, C y del plano π_2 que pasa por L, M, N.
c) La ecuación de la recta intersección de π_1 y π_2 y el ángulo que determinan π_1 y π_2.
d) El punto de la recta que pasa por A y B, que su distancia a π_2 sea 1 unidad.

22.- Determinar, en función de a, la distancia del punto (a,0,0) a la recta $r: \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$.
¿Para qué punto (a,0,0) la distancia a dicha recta es igual a la distancia al plano $x = 0$?

23.- Dado el plano definido por la ecuación $\pi: 8x - 4y + z = 3$, hallar:
a) La ecuación de la recta perpendicular al plano π que pasa por el punto P(1,-3,7), expresada como intersección de planos.
b) La distancia del punto P al plano π.
c) Las ecuaciones de los planos que distan 3 unidades del plano π.

24.- Un triángulo tiene vértices A(0,0,0) y B(1,1,1) y C (situado en la recta $\begin{cases} x = 2y \\ z = 1 \end{cases}$).
Calcular las coordenadas de C, sabiendo que el área del triángulo es $\sqrt{2}/2\ u^2$.

25.- Calcular las coordenadas de un punto de la recta $r: \begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 2x - y - 3z = 2 \end{cases}$, tal que forme un triángulo rectángulo en A con los puntos A(1,5,6) y B(7,6,6).

26.- Halla el punto P del plano $\alpha: x + y + z = 3$ que está más próximo a A(1,0,0). ¿Cuál será la distancia de una recta (contenida en α y pasa por P) al punto A?

27*.- Determinar el punto (o puntos) de la recta $r: x - 1 = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ que equidista de los planos $\alpha: x + 2y + z = 1$ y $\beta: 2x + y - z = 3$.

28*.- Dados el plano $\pi_1: x+2y+z+3=0 \quad y \quad \pi_2: 2x+y-z=6$, se pide:
a) El ángulo que forman los planos $\pi_1 \; y \; \pi_2$.
b) Comprobar que el plano $\pi: x+y=1$ es el plano bisector de $\pi_1 \; y \; \pi_2$.
c) Halla la ecuación de una recta paralela a $\pi_1 \; y \; \pi_2$ y corta al eje Z en z=-2 y a continuación calcula su distancia π_1 .

29.- Dado el plano $\pi: x+2y+3z=1$ y el punto A(1,1,1). Halla la proyección ortogonal de A sobre π. Posteriormente, calcula el punto simétrico de A respecto a π.

30*.- Dadas las rectas $r: \frac{x}{2} = y-1 = \frac{z-2}{2} \quad y \quad s: \frac{x-2}{1} = y = \frac{z-1}{-2}$:
a) Estudia su posición relativa y calcula la distancia entre ellas.
b) Halla la recta que corta perpendicularmente a ambas.

31*.- Dada la recta $r: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{4}$, halla la ecuación de otra recta cualquiera r' que sea ortogonal a r, pase por A(0,-3,2) y no corte a r. Finalmente, calcula un punto B de r y otro punto B' de r' de modo que el módulo de BB' sea la distancia entre $r \; y \; r'$.

32*.- Sea π un plano que pasa por P(1,2,1) y corta a los semiejes positivos en los puntos A, B y C. Sabiendo que el triángulo ABC es equilátero, hallar la ecuación de π.

33*.- Halla la ecuación de la recta r', proyección ortogonal de $r: x-1 = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{0}$ sobre el plano $\alpha: x-y+2z+4=0$.

34*.- Demostrar que los planos $\pi_1: 2x+3y-4z=6 \quad y \quad \pi_2: -3x+4y-2z=-2$ no son paralelos y calcular sus planos bisectores.

35*.- Por el punto medio del segmento que une los puntos P(3,1,5) y Q(-1,7,3) se traza un plano perpendicular a su dirección. Sean A, B y C los puntos de corte del plano con los ejes coordenados. Calcula:

a) El área del triángulo ABC.
b) La longitud de la proyección de $\vec{AB}$ sobre la recta que une A y C.

36.- Halla la ecuación de la esfera tangente a los planos $x=0 \quad y \quad z=1$ que tiene su centro en la recta $r: \{(x,y,z) = (1,1+\lambda,1-\lambda)$.

37.- Halla la ecuación de la esfera que pasa por los puntos A(0,0,1) y B(4,3,4) y tiene su centro en la recta $r: \left\{ x = y+1 = \frac{2z-2}{2} \right.$ .Ahora, halla el plano tangente a la esfera en B.

38.- Halla los puntos de la recta $r: \begin{cases} x = z \\ z = 2y \end{cases}$ que equidistan de A(1,0,0) y B(0,1,0).